

# 1 Rekurencja

1. Co oznacza, że ciąg jest zdefiniowany rekurencyjnie?
2. Co oznacza, że zbiór jest zdefiniowany rekurencyjnie?
3. Opowiedz o uogólnionej zasadzie indukcji matematycznej (dla zbiorów zdefiniowanych rekurencyjnie).
4. Liniowe zależności pierwszego rzędu – jednorodne i niejednorodne.
5. Rozwiązanie zależności rekurencyjnej typu

$$a_{n+1} = da_n$$

6. Liniowa zależność rekurencyjna drugiego rzędu ze stałymi współczynnikami.
7. Rozwiązanie dla zależności postaci:

$$c_n a_n + c_{n-1} a_{n-1} + c_{n-2} a_{n-2} = 0$$

8. Liniowa i jednorodna zależność rekurencyjna  $k$ -tego rzędu.
9. Problem wież z Hanoi.
10. Warunki poprawności algorytmu rekurencyjnego.
11. Dowód poprawności algorytmu rekurencyjnego.

# 2 Liczby szczególne

12. LS2R (Liczby Stirlinga drugiego rodzaju) – co oznaczają
13. LS2R –  $k = 0, 1, 2$
14. LS2R – wzór rekurencyjny
15. LS2R – wzór jawny
16. LS2R – interpretacje pudełkowe
17. LS2R – interpretacja z funkcjami
18. LS2R vs wariacja z powtórzeniami
19. Liczby Bella
20. LS1R – co oznaczają
21. LS!R –  $0, 1, 2$  (aka przypadki szczególne)
22. LS1R – def. rekurencyjna
23. LS1R – cykle a permutacje

24. LS i wielomian
25. Liczby Eulera pierwszego rzędu – definicja
26. Liczby Eulera pierwszego rzędu – własności
27. Liczby Eulera pierwszego rzędu – definicja rekurencyjna
28. Liczby Eulera drugiego rzędu – definicja
29. Liczby Eulera drugiego rzędu – własności
30. Liczby Eulera drugiego rzędu – definicja rekurencyjna
31. Co z czym wiążą które liczby Eulera?
32. Liczby harmoniczne
33. Własności liczb harmoniczych
34. Liczby harmoniczne a logarytm
35. Liczby Fibonacciego - def. rekurencyjna, jawna
36. Tw. Zeckendorfa
37. Liczby Lucasa
38. Liczby Euklidesa
39. Liczby Mersennea
40. Liczby Catalana

### **3 Zaawansowane metody zliczania obiektów kombinatorycznych**

41. Zasada włączania i wyłączania.
42. Dowód zasady włączania i wyłączania.
43. Alternatywna postać zasady włączania i wyłączania.
44. Dowód alternatywnej zasady włączania i wyłączania.
45. Nieporządek
46. Zasada szufladkowa Dirichleta.
47. Dowód zasady szufladkowej Dirichleta.
48. Uogólniona zasada szufladkowa Dirichleta.
49. Jej dowód.
50. Zasada dwoistości.

## 4 funkcje tworzące

51. Funkcje tworzące zwykłe – definicja
52. Funkcje tworzące zwykłe – pudełka (i kule)
53. Funkcje tworzące zwykłe – równanie diofantyczne
54. Przykład 4:  $(1 + x)^n$
55. Przykład 5:  $(1 - x^{n+1}), \frac{1}{1-x}, \frac{1}{(1-x)^2}$
56. Pochodna funkcji tworzącej (przykład 5d)
57. Uogólnienie symbolu Newtona na  $\mathbb{R}$  i konsekwencje „przykładowe”
58. Dla  $m, n \in \mathbb{P}$  i  $a \in \mathbb{R}$  zachodzi... (1 do 7)
59. Podziały liczb całkowitych
60. Funkcje tworzące wykładnicze
61. Rozwinięcie  $e^x$  w szereg Maclaurina

## 5 Prostokąty łacińskie

62. Definicja prostokąta i kwadratu łacińskiego.
63. Postać podstawowa.
64. Pierwsze twierdzenie o rozszerzaniu prostokątów łacińskich.
65. Jak rozszerzyć prostokąt  $p \times n$  do kwadratu  $n \times n$ ?
66. Drugie twierdzenie o rozszerzaniu prostokątów łacińskich.
67. Jak rozszerzyć prostokąt  $p \times q$  do kwadratu  $n \times n$ ?
68. Ortogonalność kwadratów łacińskich.
69. Twierdzenie Bosego-Shrikhande-Parkera.
70. Twierdzenie trzecie.

## 6 wielomiany szachowe

71. Wielomiany szachowe (opisują...) – definicja
72. „Zastosowania wielomianów szachowych”
73. Rozszerzanie prostokąta łacińskiego a rozmieszczenie wież
74. Podział na rozłączne obszary – dekompozycja
75. Tw. 1 – o tablicach bez wspólnych wierszy i kolumn

- 76. Tw. 2 – o skreślaniu
- 77. Tw. 3 – o dopełnieniu (na czym opiera się dowód?)
- 78. Wielomiany szachowe a liczba nieporządków

## 7 Teoria grafów II

- 79. p-graf (definicja)
- 80. Graf sprzężony (definicja)
- 81. Definicja 3
- 82. Skierowany graf liniowy (definicja)
- 83. graf  $(\alpha, k)$ -etykietowalny (definicja)
- 84. Graf de Bruijna (definicja)
- 85. Graf de Bruijna (własności)
- 86. Definicja 7 – klasy 1-grafów  $(\alpha, k)$ -etykietowalnych
- 87. Graf DNA (definicja)
- 88. Twierdzenie 1: o grafie sprzężonym, Eulerze i Hamiltonie
- 89. Wniosek 1: o skierowanym grafie liniowym, Eulerze i Hamiltonie
- 90. Twierdzenie 2: o warunku sprzężenia 1-grafu
- 91. Twierdzenie 3: o skierowaniu liniowym 1-grafu
- 92. Twierdzenie 4: o należeniu skierowanego grafu liniowego do  $\mathcal{L}_{k+1}^\infty$  (ma dowód)
- 93. Twierdzenie 5: o  $\mathcal{L}_2^\infty$ , więcej byłoby podaniem twierdzenia (ma dowód)
- 94. Twierdzenie 6: o  $k \in \mathbb{C}, k > 2$
- 95. Twierdzenie 7: o tym, do czego jeszcze należy  $H$ , jeśli należy do  $\mathcal{L}_k^\infty$